

11. STEREOMETRIA

Zad.11.1. Oblicz pole powierzchni całkowitej sześcianu, wiedząc że jego objętość wynosi 16 cm^3 .

Zad.11.2. Oblicz długość przekątnej sześcianu, jeśli jego pole powierzchni całkowitej wynosi 12 cm^2 .

Zad.11.3. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta jaki tworzy przekątna sześcianu z przekątną jednej ze ścian.

Zad.11.4. Oblicz pola wszystkich trójkątów, których wierzchołkami są wierzchołki sześcianu o krawędzi długości 1.

Zad.11.5. Przekątna sześcianu jest o 2 cm dłuższa od jego krawędzi. Oblicz objętość sześcianu.

Zad.11.6. Długości trzech krawędzi prostopadłościanu są w stosunku $1 : 2 : 3$. Jeżeli te krawędzi przedłużymy odpowiednio o 2 cm, 1 cm, 3 cm, to objętość prostopadłościanu zwiększy się o 426 cm^3 .
Oblicz długości krawędzi prostopadłościanu

Zad.11.7. Oblicz objętość prostopadłościanu, w którym podstawą jest prostokąt o wymiarach 2 cm i 4 cm oraz przekątna prostopadłościanu jest nachylona do podstawy pod kątem 60° .

Zad.11.8. Pokój Marty ma kształt prostopadłościanu o długości 4,5 m, szerokości 4 m i wysokości 2,5 m. Okno i drzwi zajmują 20% powierzchni ścian pokoju. Marta chce pomalować sufit i ściany pokoju. Ile musi kupić puszek farby, jeżeli jedna puszka farby starcza na pomalowanie 13 m^2 powierzchni?

Zad.11.9. Bloczek do budowy ma kształt prostopadłościanu o powierzchni $16,84 \text{ dm}^2$. Oblicz wymiary bloczka, wiedząc, że jego wymiary są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy 0,5.

Zad.11.10. Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4. Oblicz długość przekątnej tego graniastosłupa, jeśli tworzy ona z jedną z krawędzi bocznych kąt 30° .

Zad.11.11. Oblicz objętość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wiedząc, że jego przekątna ma długość 6 i tworzy z płaszczyzną podstawy kąt, którego tangens jest równy $2\sqrt{2}$.

Zad.11.12. Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o polu 16. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego graniastosłupa, jeśli jego przekątna tworzy z przekątną jednej ze ścian bocznych kąt 30° .

Zad.11.13. Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 26 i tworzy z krawędzią podstawy kąt, którego cosinus jest równy $\frac{5}{13}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.

Zad.11.14. Przekątna ściany bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego tworzy z krawędzią podstawy kąt 60° . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa, jeśli krawędź boczna ma długość 6.

Zad.11.15. Oblicz objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego, wiedząc, że pole podstawy jest równe $12\sqrt{3}$ oraz przekątna ściany bocznej tworzy z sąsiednią ścianą boczną kąt 45° .

Zad.11.16. Najdłuższa przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 10, a jego wysokość jest równa 5. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Zad.11.17. Najdłuższą przekątną graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60° . Wiedząc, że w podstawie graniastosłupa można wpisać koło o polu 4π , oblicz objętość graniastosłupa.

Zad.11.18. Różnica kwadratów długości dwóch przekątnych graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 1. Oblicz pole podstawy tego graniastosłupa.

Zad.11.19. W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym wszystkie krawędzie są równe 1. Oblicz długości przekątnych tego graniastosłupa.

Zad.11.20. Przekątne ścian bocznych, poprowadzone z jednego wierzchołka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego tworzą kąt 60° . Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej do pola powierzchni bocznej tego graniastosłupa.

Zad.11.21. Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o przekątnych długości 10 i 12. Dłuższa przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Zad.11.22. Podstawą graniastosłupa prostego jest trapez równoramienny o podstawach długości 8 i 2 oraz wysokości równej 3. Oblicz objętość graniastosłupa, wiedząc, że jego przekątna ma długość $5\sqrt{2}$.

Zad.11.23. Podstawą graniastosłupa prostego jest równoległobok o bokach 2 i 4 oraz kącie ostrym 60° . Krótsza przekątna graniastosłupa tworzy z podstawą kąt 30° . Oblicz pole powierzchni całkowitej graniastosłupa.

Zad.11.24. Wysokość graniastosłupa prostego trójkątnego jest równa 5. Sprawdź, czy jego pole powierzchni bocznej jest większe od 200, jeśli jego podstawą jest trójkąt równoramienny o podstawie długości 18 i jednym z kątów 130° .

Zad.11.25. Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 5, a jego pole powierzchni bocznej wynosi 70. Oblicz obwód podstawy tego ostrosłupa.

Zad.11.26. Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 64. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest równa 5. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa.

Zad.11.27. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna długości 6 tworzy z podstawą ostrosłupa kąt 30° . Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa.

Zad.11.28. Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 12, a jego wysokość jest równa $2\sqrt{3}$. Oblicz miarę kąta nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

Zad.11.29. Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest kwadrat o boku $3\sqrt{2}$. Objętość tego ostrosłupa wynosi 18. Znajdź miarę kąta, jaki tworzy krawędź boczna z podstawą ostrosłupa.

Zad.11.30. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym przeciwległe krawędzie boczne są prostopadłe, a wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka ostrosłupa ma długość $3\sqrt{3}$. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Zad.11.31. Oblicz powierzchnię rzeczywistą piramidy w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o wysokości 120 m, wiedząc, że na mapie w skali 1:5000 krawędź jej podstawy ma długość 64 mm. O ile procent powierzchnia boczna piramidy jest większa od powierzchni jej podstawy?

Zad.11.32. Oblicz objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego, którego wysokość jest równa 12, a wysokość ściany bocznej 15.

Zad.11.33. Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego, wiedząc, że jego wysokość jest równa 16 i tworzy z krawędzią boczną kąt, którego tangens wynosi $\frac{1}{2}$.

Zad.11.34. Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego, wiedząc, że jego wysokość jest równa 16 i tworzy z wysokością ściany bocznej kąt, którego cosinus wynosi $\frac{4}{5}$.

Zad.11.35. Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa $72\sqrt{3}$, a jego wysokość jest równa 2. Oblicz miarę kąta nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

Zad.11.36. Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa prawidłowego trójkątnego wynosi 72. Krawędź boczna tworzy z podstawą kąt, którego cosinus jest równy $\frac{\sqrt{3}}{9}$. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

Zad.11.37. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość czworościanu foremnego o krawędzi długości 4.

Zad.11.38. Oblicz objętość czworościanu foremnego, którego wysokość jest równa $2\sqrt{3}$.

Zad.11.39. Oblicz tangens kąta jaki tworzy krawędź boczna czworościanu foremnego z jego podstawą.

Zad.11.40. Oblicz sinus kąta jaki tworzą dwie ściany czworościanu foremnego.

Zad.11.41. Czworościan foremny przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy oraz środek przeciwległej krawędzi bocznej. Oblicz cosinus kąta zawartego między tą płaszczyzną, a podstawą ostrosłupa.

Zad.11.42. Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość a i jest trzy razy krótsza od krawędzi bocznej. Oblicz objętość ostrosłupa.

Zad.11.43. Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równe $96\sqrt{3}$, a kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę 30° . Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

Zad.11.44. W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym krótsza przekątna podstawy jest równa $6\sqrt{3}$. Krawędź boczna jest nachylona do podstawy pod kątem 60° . Oblicz objętość ostrosłupa.

Zad.11.45. Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku a . Oblicz pole powierzchni i objętość walca.

Zad.11.46. Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem, którego przekątna ma długość $8\sqrt{2}$ i tworzy z bokiem odpowiadającym wysokości walca kąt 60° . Oblicz objętość walca.

Zad.11.47. Przekątna przekroju osiowego walca ma długość 6 i tworzy z podstawą kąt 45° . Oblicz pole powierzchni bocznej walca.

Zad.11.48. Z kawałka blachy długości 48 i szerokości 20 należy wykonać powierzchnię boczną walca, odpowiednio ją zwijając. Który walec będzie miał większą objętość: czy ten, którego wysokość jest równa szerokości blachy, czy ten, którego wysokość równa się długości blachy? Odpowiedź uzasadnij odpowiednimi obliczeniami.

Zad.11.49. Walec do równania nawierzchni szosy ma średnicę 2 m i długość 2,5 m. Oblicz ile metrów kwadratowych szosy wyrówna ten walec, gdy przesuwając się w jednym kierunku wykona on 20 pełnych obrotów. Do obliczeń przyjmij $\pi = 3,14$.

Zad.11.50. Kolumnada frontowa gmachu składa się z 16 betonowych filarów, z których każdy ma kształt walca. Średnica podstawy filara jest równa 0,85 m, a wysokość filara 5 m. Oblicz ile metrów sześciennych betonu zużyto na budowę tej kolumnady, przyjmując, że 18% objętości filaru zajmuje stal zbrojeniowa. Do obliczeń przyjmij $\pi = 3,14$ i wynik podaj z dokładnością do 1m^3 .

Zad.11.51. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość stożka o promieniu podstawy r wiedząc, że tworząca stożka jest nachylona do podstawy pod kątem α .

Zad.11.52. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o polu 18. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka.

Zad.11.53. Po rozwinięciu powierzchni bocznej stożka na płaszczyźnie otrzymano wycinek kołowy o kącie środkowym 90° i promieniu 4. Oblicz pole powierzchni całkowitej stożka.

Zad.11.54. Powierzchnią boczną stożka jest wycinek koła o kącie α i promieniu 15. Podstawę tego stożka można wyciąć z kwadratu o boku 6. Wyznacz największą możliwą miarę kąta α .

Zad.11.55. Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt prostokątny o polu 49. Oblicz pole powierzchni całkowitej stożka.

Zad.11.56. Wyznacz miarę kąta rozwarcia stożka, jeśli stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy stożka jest równy 2.

Zad.11.57. Z arkusz papieru w kształcie koła o promieniu 30 cm zrobiono trzy jednakowe pojemniki na prażoną kukurydzę w kształcie stożków (pomijamy straty materiału). Ile należy zapłacić za napełnienie ich kukurydzą po brzegi, jeśli porcja kukurydzy o objętości 1 dm^3 kosztuje 2zł? Do obliczeń przyjmij $\pi = 3,14$.

Zad.11.58. Ile centymetrów kwadratowych skóry zużyto na uszycie piłki o średnicy 24 cm? Dolicz 5% powierzchni skóry na szwy. Przyjmij $\pi = 3,14$ i wynik podaj z dokładnością do 10cm^2 .

Zad.11.59. Szklanka ma kształt walca o wysokości 10cm, a promień podstawy wynosi 3cm. Do jakiej maksymalnej wysokości można nalać soku, aby można było jeszcze wrzucić trzy kulki lodu (całkowicie zanurzone), każdą o promieniu 1cm?

Zad.11.60. Stosunek długości boków prostokąta jest równy 2:1. Prostokąt ten obracamy najpierw wokół dłuższego boku, a następnie wokół krótszego boku. Oblicz stosunek objętości i stosunek pól powierzchni całkowitych otrzymanych brył.

Zad.11.61. Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego ma długość a i jest cztery razy krótsza od przeciwprostokątnej. Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót tego trójkąta wokół najkrótszego boku.

Zad.11.62. Dwa boki trójkąta mają długości 4 i 8, a kąt między tymi bokami ma miarę 120° . Oblicz objętość i pole powierzchni bryły powstałej z obrotu trójkąta wokół prostej zawierającej bok o długości 8.

Zad.11.63. W trapezie równoramiennym jedna z podstaw jest trzy razy dłuższa od drugiej. Oblicz stosunek objętości bryły powstałej z obrotu trapezu wokół krótszej podstawy do objętości bryły powstałej z obrotu trapezu wokół dłuższej podstawy.

ODPOWIEDZI:

Zad.11.1. $24\sqrt[3]{4} \text{ cm}^2$

Zad.11.2. $\sqrt{6} \text{ cm}$

Zad.11.3. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2}$

Zad.11.4. $P_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}; P_2 = \frac{1}{2}; P_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Zad.11.5. $V = 6\sqrt{3} + 10 \text{ cm}^3$

Zad.11.6. 4 cm, 8 cm, 12 cm

Zad.11.7. $16\sqrt{15} \text{ cm}^3$

Zad.11.8. Marta powinna kupić cztery puszki farby.

Zad.11.9. 1,2 dm; 1,7 dm; 2,2 dm

Zad.11.10. $D = 8\sqrt{2}$

Zad.11.11. $V = 8\sqrt{2}$

Zad.11.12. $V = 64\sqrt{2}; P_c = 32 + 64\sqrt{2}$

Zad.11.13. $P_b = 80\sqrt{119}$

Zad.11.14. $P_c = 24 + 36\sqrt{3}$

Zad.11.15. $V = 72\sqrt{2}$

Zad.11.16. $P_c = \frac{525\sqrt{3}}{4}$

Zad.11.17. $V = 32\sqrt{3}$

Zad.11.18. $P_p = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Zad.11.19. $D_1 = \sqrt{5}; D_2 = 2$

Zad.11.20. $\frac{\sqrt{6} + 4}{4}$

Zad.11.21. $P_c = 120 + 48\sqrt{61}$

Zad.11.22. $V = 60$

Zad.11.23. $P_c = 24 + 8\sqrt{3}$

Zad.11.24. Pole powierzchni bocznej graniastosłupa nie jest większe od 200, bo wynosi około 189,3

Zad.11.25. $Ob = 28$

Zad.11.26. $V = 64; P_c = 144$

Zad.11.27. $V = 54; P_c = 54 + 30\sqrt{6}$

Zad.11.28. Kąt ma miarę około 23°

Zad.11.29. 45°

Zad.11.30. $V = 36\sqrt{2}; P_b = 36\sqrt{3}$

Zad.11.31. $P_b = 128000 \text{ m}^2$ jest większa o 25% od powierzchni podstawy.

Zad.11.32. $V = 972\sqrt{3}$

Zad.11.33. $P_c = 48\sqrt{3} + 48\sqrt{51}$

Zad.11.34. $P_c = 1152\sqrt{3}$

Zad.11.35. około $18,4^\circ$

Zad.11.36. $P_b = 27\sqrt{35}$

Zad.11.37. $P_c = 16\sqrt{3}; V = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

Zad.11.38. $V = 9$

Zad.11.39. $\text{tg } \alpha = \sqrt{2}$

Zad.11.40. $\text{tg } \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Zad.11.41. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Zad.11.42. $V = a^3\sqrt{6}$

Zad.11.43. $V = 128\sqrt{3}; P_b = 192$

Zad.11.44. $V = 324$

Zad.11.45. $V = \frac{\pi a^3}{4}; P_c = \frac{3\pi a^2}{2}$

Zad.11.46. $V = \frac{96\sqrt{2}}{\pi}$

Zad.11.47. $P_b = 18\pi$

Zad.11.48. $V_1 = \frac{11520}{\pi}; V_2 = \frac{4800}{\pi}$. Zatem większą objętość będzie miał walec, którego wysokość jest równa szerokości blachy.

Zad.11.49. 314 m^2

Zad.11.50. Na budowę użyto około 37 m^3 betonu.

Zad.11.51. $P_c = \pi r^2 \frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha}; V = \frac{1}{3} \pi r^3 \text{tg } \alpha$

Zad.11.52. $P_b = 12\sqrt{3}\pi$

Zad.11.53. $P_c = 5\pi$

Zad.11.54. $\alpha = 72^\circ$

Zad.11.55. $P_c = 49\pi + 49\sqrt{2}\pi$

Zad.11.56. $\alpha = 60^\circ$

Zad.11.57. Za kukurydzę, która zmieści się w trzech pojemnikach trzeba zapłacić 17,76 zł.

Zad.11.58. Około 1900 cm^2

Zad.11.59. Do wysokości $9\frac{5}{9} \text{ cm}$.

$$\text{Zad.11.60. } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}; \frac{P_1}{P_2} = \frac{4\pi + 1}{4\pi + 4}$$

$$\text{Zad.11.61. } V = 5\pi a^3$$

$$\text{Zad.11.62. } V = 32\pi; P_c = 8\sqrt{3}\pi + 8\sqrt{21}\pi$$

$$\text{Zad.11.63. } \frac{7}{5}$$